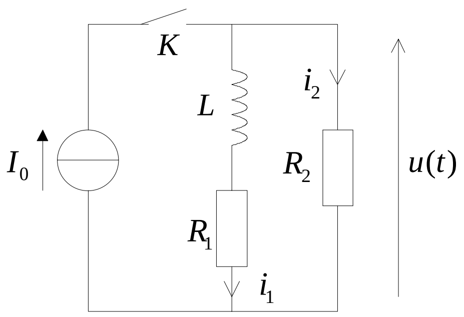
# -EXERCICE 3.2-

## • ENONCE :

« Circuit du 1er ordre à plusieurs mailles avec source de courant »




Initialement , les courants sont nuls .
A t=0, on ferme l'interrupteur K, réalisant ainsi ce que l'on appelle un "**échelon de courant**".

1) Déterminer l'intensité $i_1(t)$.

2) En déduire les expressions de $i_2(t)$ et $u(t)$ .

3) Tracer les courbes de réponse $i_1(t)$ et $u(t)$.

4) Retrouver directement les valeurs de $i_1(\infty)$ et $i_2(\infty)$.

**Rq :** on considérera que $R_1 \succ R_2$.

# • **CORRIGE** :

«Circuit du 1er ordre à plusieurs mailles avec source de courant »

1) Loi des nœuds : $I_0 = i_1 + i_2$ avec $i_2 = \dfrac{u}{R_2}$ $\Rightarrow$ $u = R_2(I_0 - i_1)$ (1)

Loi des branches : $u = Ri + L\dfrac{di}{dt}$ (2)

• En éliminant la tension $u(t)$ entre (1) et (2), il vient : $\boxed{\dfrac{di_1(t)}{dt} + \dfrac{R_1+R_2}{L}i_1(t) = \dfrac{R_2 I_0}{L}}$

• Comme dans l'exercice 3.1, la solution de l'équation différentielle précédente (linéaire, du 1er ordre, à coefficients constants, avec second membre) est la somme de la solution particulière avec second membre (solution ne dépendant pas du temps) et de la solution générale sans second membre (solution exponentielle) ; on peut donc écrire :

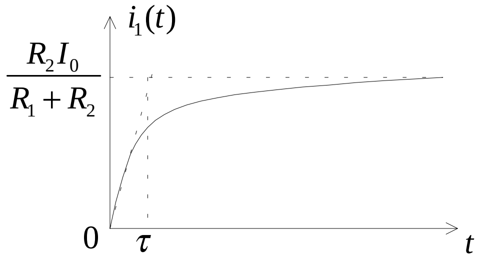
$$i_1(t) = \frac{R_1}{R_1+R_2} \times I_0 + A\exp(-t/\tau), \quad \text{avec : } \boxed{\tau = \frac{L}{R_1+R_2}}$$

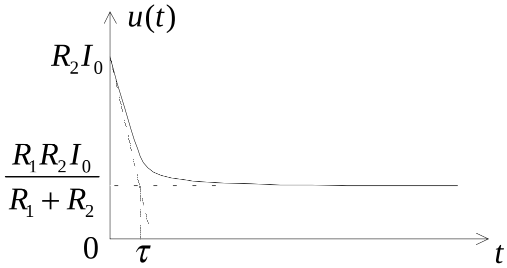
• L'intensité traversant une inductance étant une grandeur **continue**, on doit avoir :

$$i_1(0^+) = i_1(0^-) = 0 \Rightarrow A = -\frac{R_1}{R_1+R_2} \times I_0 \Rightarrow \boxed{i_1(t) = \frac{R_1 I_0}{R_1+R_2}[1-\exp(-t/\tau)]}$$

2) Il vient alors : $i_2(t) = I_0 - i_1(t)$ $\Rightarrow$ $\boxed{i_2(t) = \dfrac{R_1 I_0}{R_1+R_2}\left[1 + \dfrac{R_2}{R_1}\exp(-t/\tau)\right]}$ et $\boxed{u(t) = R_2 i_2(t)}$

3) Le temps caractéristique de l'évolution de $i_1(t)$ et $u(t)$ est $\tau$ ; après avoir remarqué que $i_1(0) = \dfrac{R_1 I_0}{R_1+R_2}$, $u(0) = R_2 I_0$ et $u(\infty) = \dfrac{R_1 R_2 I_0}{R_1+R_2}$, on peut tracer les courbes demandées :




4) Au bout d'un temps très long, les grandeurs n'évoluent plus $\Rightarrow$ l'inductance se comporte comme un fil, la tension à ses bornes devient nulle ; le circuit devient alors un simple « diviseur de courant » et l'on a bien :

$$i_1(\infty) = I_0 \times \frac{G_1}{G_1+G_2} = I_0 \times \frac{R_2}{R_1+R_2} \quad \text{et} \quad i_2(\infty) = I_0 \times \frac{R_1}{R_1+R_2} \quad (G_i = \frac{1}{R_i} \text{ représente une conductance})$$